**Пояснение к лабораторной работе №5.**

*Задание:*

Рассчитать основные характеристики и построить структурную схему разомкнутой стохастической сети, представленной совокупностью систем массового обслуживания (СМО) и заданной в виде матрицы вероятностей передач 6-го порядка.

Определению подлежат следующие характеристики стационарного режима разомкнутой стохастической сети:

* Загрузка каждой СМО (*pi*)
* Среднее число занятых каналов каждой СМО (*i*)
* Вероятности состояния сети (*0i*)
* Средние длины очередей заявок, ожидающих обслуживания в СМО
* Среднее число заявок *m1.. mi*, пребывающих в каждой из систем сети
* Средние времена пребывания *u1..ui* заявок в системах *S1..Si*
* Характеристики сети в целом

В соответствии с заданным вариантом решения задачи произвести численное определение *Р1i..Р5i*. Составить матрицу вероятности передач, дополнив некоторые клетки матрицы значениями *Рji* так, чтобы выполнялось условие Pij = 1.

*Теория:*

Система массового обслуживания (СМО) — это объект, в котором выполняется последовательность операций. В виде СМО может быть отображена вся вычислительная система или один из функциональных элементов, например процессор.

Система может осуществлять конечное число операций различного типа. Элемент системы, в котором происходят операции, называется обслуживающим прибором или просто прибором. Если прибор выполняет операцию, то считается, что он занят, в противном случае прибор свободен.

Операция может начаться лишь после того, как возникает заявка (требование) на её выполнение, поэтому операции, происходящие в СМО, называют ещё операциями обслуживания заявок. Заявки могут быть внешними и внутренними:

* Внешние (входящие) заявки поступают извне системы и представляют собой нагрузку на систему
* Внутренние заявки могут возникать в момент окончания операции. Постоянно поступающие заявки на обслуживание образуют поток заявок

При случайном характере параметров интенсивности поступления или длительности обслуживания заявок в СМО могут возникать очереди.

Очередь — это совокупность заявок, ожидающих обслуживания в момент, когда прибор занят.

По количеству обслуживающих приборов СМО делятся на одноканальные и многоканальные. Многоканальные системы состоят из нескольких приборов, и каждый из них может обслужить заявку. Системы массового обслуживания подразделяются на системы без ожидания и с ожиданием. В первых заявка покидает очередь, если к моменту её прихода отсутствует хотя бы один канал, способный немедленно приступить к обслуживанию данной заявки. Вторые, в свою очередь, делятся на СМО с бесконечным и ограниченным по длительности ожиданием.

Длительность ожидания и возможность попасть в очередь на обслуживание зависит от того, наложены ли ограничения на длину очереди. В соответствии с этим СМО можно подразделить на системы без ограничения и с ограничением по длине очереди. В первом случае заявка может стать в очередь в любой момент. Во втором случае, если заявка приходит в то время, когда очередь имеет предельную длину, она либо теряется, т.е. покидает систему без обслуживания, либо замещает заявку из очереди по тому или другому правилу в соответствии с дисциплиной буферизации.

Совокупность взаимосвязанных СМО, в среде которых циркулируют заявки, — это сети массового обслуживания или стохастические сети. Представление ВС в виде стохастической сети обеспечивает более глубокий уровень стратификации системы, чем ВС в виде отдельной СМО.

*Разбор лабораторной:*

***Для выполнения данной лабораторной работы не обязательно составлять программу. Вы можете использовать Excel, либо калькулятор.***

Обозначим константы для вычислений:

|  |  |
| --- | --- |
| N1 - число букв фамилии | Р1k=1/N1 |
| N2 - число букв имени | Р2l=1/N2 |
| N3 - число букв отчества | Р3m=1/N3 |
| N4 = N1+N2 | Р4n=1/N4 |
| N5 = N1+N3 | Р5g=1/N5 |

Допустим, известны следующие данные:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Элементы матрицы вероятностей передач | o, c-1 | i | K1 K2 K3 K4 K5 |
| P12 P21 P31 P42 P54 | 1 | 3.0 | 1 1 4 3 2 |

|  |  |
| --- | --- |
| N1 = 8 | Р11=1/8 = 0,125 |
| N2 = 4 | Р21=1/4 = 0,250 |
| N3 = 10 | Р31=1/10 = 0,100 |
| N4 = N1+N2 = 12 | Р42=1/12 = 0,083 |
| N5 = N1+N3 = 18 | Р54=1/18 = 0,056 |

Переходим к построению матрицы:

Обратимся к полученным значениям вероятности *Pij*. i отвечает за номер строки, а j за номер столбца. Значение вероятности Р01 принимается равным единице. Значение Р00, Р02, P03, P04 равны нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **S0** | **S1** | **S2** | **S3** | **S4** | **S5** |
| **S0** |  | 1,000 |  |  |  |  |
| **S1** |  |  | 0,125 |  |  |  |
| **S2** |  | 0,250 |  |  |  |  |
| **S3** |  | 0,100 |  |  |  |  |
| **S4** |  |  | 0,083 |  |  |  |
| **S5** |  |  |  |  | 0,056 |  |

Теперь необходимо дополнить некоторые ячейки таблицы так, чтобы выполнялось условие . Для этого рассматриваем построчно предыдущую матрицу, и дополняем любую ячейку, не относящуюся к главной диагонали разностью вида: 1–известное значение в строке i. Составляется матрица вероятностей передач:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **S0** | **S1** | **S2** | **S3** | **S4** | **S5** |
| **S0** |  | 1,000 |  |  |  |  |
| **S1** |  |  | 0,125 |  |  | 0,875 |
| **S2** | 0,750 | 0,250 |  |  |  |  |
| **S3** |  | 0,100 |  |  |  | 0,900 |
| **S4** |  |  | 0,083 | 0,917 |  |  |
| **S5** | 0,944 |  |  |  | 0,056 |  |

Интенсивность потока, входящего в любую Si систему сети, определяется суммой интенсивностей потоков, поступающих в нее из других Sj систем:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | i = | (1) |

Количество каналов Ki для i-ой СМО (заполняется исходя из исходных данных по варианту):

K1 = 1;

K2 = 1;

K3 = 4;

K4 = 3;

K5 = 2.

Интенсивность входного потока заявок (заполняется исходя из исходных данных). В разбираемом примере: o = 1.

Cчитается, что все СМО имеют одинаковую среднюю длительность обслуживания заявок, т.е. 1 = 2 = 3 = 4 = 5. Средняя длительность обслуживания заявок для каждой СМО (также дано по варианту):

1 = 2 = 3 = 4 = 5 = 3,0.

Теперь необходимо составить систему уравнений следующего образца:

Для этого необходимо подставить полученные значения из предыдущих шагов. Получаем:

Решаем данную систему. Можете сделать это самостоятельно или воспользоваться сайтом <https://www.wolframalpha.com/>. Получаем следующее решение:

|  |  |
| --- | --- |
| 1 = 1.038 | 4 = 0.053 |
| 2 = 0.134 | l5 = 0.953 |
| 3 = 0.049 |  |

Определяем коэффициенты передач αj СМО по формуле j = o j:

|  |  |
| --- | --- |
| 1 = 1.038 | 4 = 0.053 |
| 2 = 0.134 | 5 = 0.953 |
| 3 = 0.049 |  |

**Определение характеристик разомкнутых стохастических сетей. Проверка условия стационарного режима.**

Условие существования стационарного режима в разомкнутой сети:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 < min(Ki/ii,..., Kn/nn) | (2) |

Проверка условия существования стационарного режима (значения подставляются и вычисляются согласно варианту):

1 < min(0.321; 2.488; 27.211; 12.579; 0.700)

Условие не выполняется, т.к. 1>0.321, следовательно, уменьшим 1, 2,3,4,5.

1 = 0.9, 5 = 2.0

Теперь условие стационарности выполняется.

**Среднее число занятых каналов.**

Вычисляем среднее число занятых каналов по формуле 3.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | βi = ii | (3) |

|  |  |
| --- | --- |
| β1 = 0.934 | β4 = 0.159 |
| β2 = 0.402 | β5 = 1.906 |
| β3 = 0.147 |  |

**Загрузка каждой СМО.**

Вычисляем по формуле 4.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | i = ii / Ki | (4) |

|  |  |
| --- | --- |
| 1 = 0.934 |  4 = 0.159 |
| 2 = 0.402 |  5 = 1.906 |
| 3 = 0.147 |  |

**Вероятности состояния сети.**

Подставляя в формулу 5 полученные значения i, определим вероятности простоя каждой СМО сети.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |

|  |  |
| --- | --- |
| π1 = 0.066 | π4 = 0.920 |
| π2 = 0.598 | π5 = 0.047 |
| π3 = 0.963 |  |

**Средняя длина очереди заявок, ожидающих обслуживания в СМО.**

Вычисляем по формуле 6.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (6) |

|  |  |
| --- | --- |
| l1 = 13.263 | l4 = 0.001 |
| l2 = 0.270 | l5 = 36.831 |
| l3 = 0 |  |

**Среднее число заявок, пребывающих в каждой из систем сети.**

Вычисляем по формуле 7.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | mi = li+i | (7) |

|  |  |
| --- | --- |
| m1 = 14.198 | m4 = 0.160 |
| m2 = 0.672 | m5 = 38.737 |
| m3 = 0.147 |  |

**Среднее время ожидания заявки в очереди системы.**

Вычисляем по формуле 8.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ωi = li / i | (8) |

|  |  |
| --- | --- |
| ω1 = 12.778 | ω4 = 0.021 |
| ω2 = 2.017 | ω5 = 38.647 |
| ω3 = 0 |  |

**Среднее время пребывания заявок в системах.**

Вычисляем по формуле 9.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ui = mi / i | (9) |

|  |  |
| --- | --- |
| u1 = 13.678 | u4 = 3.021 |
| u2 = 5.017 | u5 = 40.647 |
| u3 = 3.000 |  |

**Характеристики цепи.**

Среднее число заявок, ожидающих обслуживания в СМО, вычисляем по формуле 10.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (10) |

L = 50.37

Среднее число заявок, пребывающих в сети, вычисляем по формуле 11.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (11) |

M = 53.91

Среднее время ожидания заявки в сети вычисляем по формуле 12.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (12) |

W = 50.37

Среднее время пребывания заявок в сети вычисляем по формуле 13.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (13) |

U = 53.91